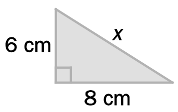
10.23. En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 15 centímetros, y uno de los catetos, 12. ¿Cuánto mide el otro cateto?

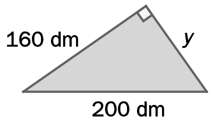
$c = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ cm

10.24. En cada caso, calcula el lado desconocido.

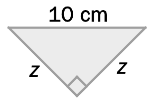
a)



b)



c)



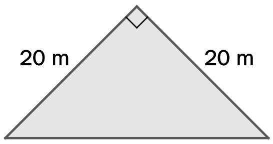
a) $x^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow x^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow x = \sqrt{100} = 10$ cm

b) $200^2 = 160^2 + y^2 \Rightarrow 40000 = 25600 + y^2 \Rightarrow y^2 = 40000 - 25600 = 14400 \Rightarrow$

$\Rightarrow y = \sqrt{14400} = 120$ dm

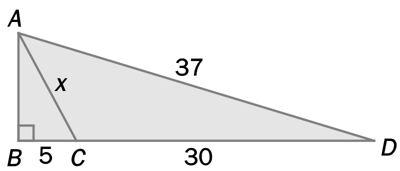
c) $z^2 + z^2 = 10^2 = 100 \Rightarrow 2z^2 = 100 \Rightarrow z^2 = 50 \Rightarrow z = \sqrt{50} = 7{,}07$ cm

10.25. Averigua el perímetro de un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos miden 20 metros cada uno.



$P = 20 + 20 + \sqrt{20^2 + 20^2} \approx 40 + 28{,}28 = 68{,}28$ m

10.26. Halla la longitud del lado desconocido, x.



$AB = \sqrt{37^2 - 35^2} = \sqrt{144} = 12$

$x = \sqrt{AB^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$

10.27. Actividad resuelta.

10.28. Actividad resuelta.

10.29. Clasifica los siguientes triángulos.

a) $\boldsymbol{a = 11 \quad b = 60 \quad c = 61}$

b) $\boldsymbol{a = 8 \quad b = 4 \quad c = 8}$

c) $\boldsymbol{a = 15 \quad b = 18 \quad c = 8}$

a) El lado mayor es $c = 61$. Calculamos:

$$\begin{cases} c^2 = 61^2 = 3721 \\ a^2 + b^2 = 11^2 + 60^2 = 121 + 3600 = 3721 \end{cases}$$

Como $c^2 = a^2 + b \Rightarrow$ El triángulo es rectángulo en C.

b) Uno de los lados mayores es $c = 8$. Calculamos:

$$\begin{cases} c^2 = 8^2 = 64 \\ a^2 + b^2 = 8^2 + 4^2 = 64 + 16 = 80 \end{cases}$$

Como $64 < 80 \Rightarrow c^2 < a^2 + b^2 \Rightarrow$ El triángulo es acutángulo.

c) El lado mayor es $b = 18$. Calculamos:

$$\begin{cases} b^2 = 18^2 = 324 \\ a^2 + c^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289 \end{cases}$$

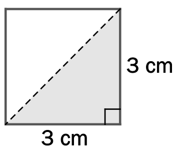
Como $324 > 289 \Rightarrow b^2 > a^2 + c^2 \Rightarrow$ El triángulo es obtusángulo con ángulo obtuso en *B.*

10.30. Carlos quiere hacer una estructura con listones de madera. Comienza construyendo un triángulo que debe ser rectángulo con listones de longitudes 1,05, 0,88 y 1,37 metros. ¿Podrá hacerlo?

$$\begin{cases} 1{,}37^2 = 1{,}8769 \\ 1{,}05^2 + 0{,}88^2 = 1{,}1025 + 0{,}7744 = 1{,}8769 \end{cases}$$

Sí podrá hacerlo, ya que los tres listones forman un triángulo rectángulo.

10.31. Calcula la medida de la diagonal de un cuadrado de lado 3 centímetros.

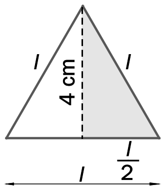


$D = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 4{,}24$ cm

10.32. La altura del muro del jardín de Ana es de 3 metros. ¿A qué distancia del muro debe colocar una escalera de 4 metros para que su extremo superior coincida exactamente con el punto más alto del muro?

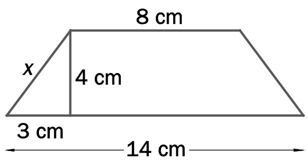
$d = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7} = 2{,}65$ m

10.33. Un triángulo equilátero tiene por altura 4 centímetros. Halla la medida de cada uno de sus lados.



$$4^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{3l^2}{4} \Rightarrow 3l^2 = 64 \Rightarrow l^2 = \frac{64}{3} \Rightarrow \text{l} = \sqrt{\frac{64}{3}} = 4{,}62 \text{ cm}$$

10.34. Calcula el perímetro de un trapecio isósceles de bases 8 y 14 centímetros y de altura 4 centímetros.



$x = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

Perímetro = 5 + 8 + 5 + 14 = 32 cm

10.35. Actividad interactiva.

10.61. (TIC) En los siguientes casos se da la medida de dos lados de un triángulo rectángulo; el mayor es la hipotenusa, y el menor, un cateto. Calcula el valor del otro cateto.

a) $a = 45$ **cm;** $b = 27$ **cm**

b) $a = 61$ **cm;** $c = 11$ **cm**

c) $a = 65$ **cm;** $c = 56$ **cm**

a) $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{45^2 - 27^2} = \sqrt{1296} = 36$ cm

b) $b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{61^2 - 11^2} = \sqrt{3600} = 60$ cm

c) $b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{65^2 - 56^2} = \sqrt{1089} = 33$ cm

10.62. Siendo *a* la hipotenusa de un triángulo rectángulo, y *b* y *c*, los catetos, calcula la medida del lado que falta en cada caso.

a) $a = 5$ **cm;** $b = \sqrt{5}$ **cm**

b) $a = \sqrt{13}$ **cm;** $b = 3$ **cm**

c) $b = \sqrt{10}$ **cm;** $c = \sqrt{6}$ **cm**

a) $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{5^2 - \left(\sqrt{5}\right)^2} = \sqrt{25 - 5} = \sqrt{20}$ cm

b) $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{\left(\sqrt{13}\right)^2 - 3^2} = \sqrt{13 - 9} = \sqrt{4} = 2$ cm

c) $a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{\left(\sqrt{10}\right)^2 + \left(\sqrt{6}\right)^2} = \sqrt{16} = 4$ cm

10.63. Utilizando el recíproco del teorema de Pitágoras, di si los siguientes triángulos son rectángulos, acutángulos u obtusángulos.

a) $a = 9$ **cm** $b = 12$ **cm** $c = 15$ **cm**

b) $a = 10$ **cm** $b = 15$ **cm** $c = 20$ **cm**

c) $a = 2$ **cm** $b = 12$ **cm** $c = 12$ **cm**

d) $a = 45$ **cm** $b = 28$ **cm** $c = 53$ **cm**

e) $a = \sqrt{7}$ **cm** $b = 5$ **cm** $c = \sqrt{9}$ **cm**

a) $\begin{cases} c^2 = 15^2 = 225 \\ a^2 + b^2 = 9^2 + 12^2 = 225 \end{cases}$ Como $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow$ El triángulo es rectángulo en *C*.

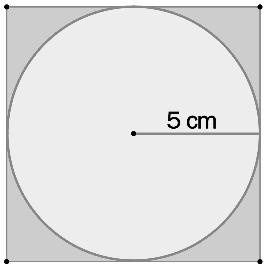
b) $\begin{cases} c^2 = 20^2 = 400 \\ a^2 + b^2 = 10^2 + 15^2 = 325 \end{cases}$ Como $c^2 > a^2 + b^2 \Rightarrow$ El triángulo es obtusángulo con ángulo obtuso en *C*.

c) $\begin{cases} b^2 = 12^2 = 144 \\ a^2 + c^2 = 2^2 + 12^2 = 148 \end{cases}$ Como $b^2 < a^2 + c^2 \Rightarrow$ El triángulo es acutángulo.

d) $\begin{cases} c^2 = 53^2 = 2809 \\ a^2 + b^2 = 45^2 + 28^2 = 2809 \end{cases}$ Como $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow$ El triángulo es rectángulo en *C*.

e) $\begin{cases} b^2 = 5^2 = 25 \\ a^2 + c^2 = \left(\sqrt{7}\right)^2 + \left(\sqrt{9}\right)^2 = 16 \end{cases}$ Como $b^2 > a^2 + c^2 \Rightarrow$ El triángulo es obtusángulo con ángulo obtuso en *B*.

10.64. Halla el perímetro y el área del cuadrado circunscrito a una circunferencia de radio 5 centímetros.

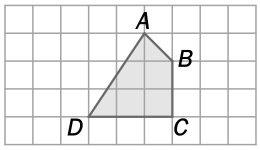


El lado del cuadrado mide 10 cm.

El perímetro valdrá 40 cm.

El área del cuadrado valdrá 100 cm^2.

10.65. Halla el perímetro del cuadrilátero de la figura.

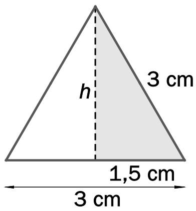


$$AB + BC + CD + DA = \sqrt{1^2+1^2} + 2 + 3 + \sqrt{2^2+3^2} = 5 + \sqrt{2} + \sqrt{13} \approx 10{,}02$$

10.66. a) Halla la altura de un triángulo equilátero de lado 3 centímetros.

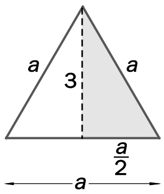
b) Halla el lado de un triángulo equilátero que tiene por altura 3 centímetros.

a)



$$h = \sqrt{3^2 - 1{,}5^2} = \sqrt{6{,}75} \approx 2{,}6\ \text{cm}$$

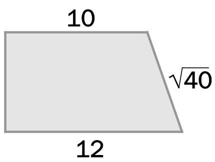
b)



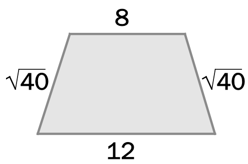
$$a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 3^2 \Rightarrow 3\frac{a^2}{4} = 9 \Rightarrow a^2 = 12 \Rightarrow a = \sqrt{12} \approx 3{,}46\ \text{cm}$$

10.67. Calcula el perímetro y el área de los siguientes trapecios.

a)



b)



a) Altura = $\sqrt{\left(\sqrt{40}\right)^2 - 2^2} = \sqrt{36} = 6$

Perímetro: $10 + \sqrt{40} + 12 + 6 = 28 + \sqrt{40} \approx 34{,}32$

Área: $S = \dfrac{(12+10)\cdot 6}{2} = 66$

b) Altura = $\sqrt{\left(\sqrt{40}\right)^2 - 2^2} = \sqrt{36} = 6$

Perímetro: $12 + \sqrt{40} + 8 + \sqrt{40} = 20 + 2\sqrt{40} \approx 32{,}65$

Área: $S = \dfrac{(12+8)\cdot 6}{2} = 60$

10.68. Halla el perímetro y el área de un rombo cuyas diagonales miden 15 y 8 centímetros, respectivamente.

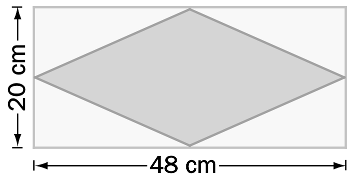
El lado del rombo se puede calcular mediante el teorema de Pitágoras aplicado a uno de los cuatro triángulos que forman las diagonales, obteniéndose:

$l = \sqrt{7{,}5^2 + 4^2} = 8{,}5$ cm

Perímetro del rombo: 4 · 8,5 = 34 cm

Área del rombo: $S = \dfrac{15 \cdot 8}{2} = 60$ cm^2

10.69. Halla el perímetro del rombo de la figura sabiendo que sus vértices están situados en los puntos medios del rectángulo.



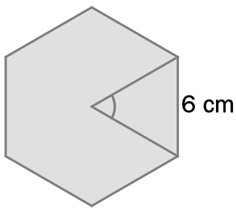
El lado del rombo mide $l = \sqrt{10^2 + 24^2} = 26$ cm.

El perímetro del rombo vale 26 · 4 = 104 cm.

10.70. Calcula la altura de un triángulo isósceles cuyo perímetro mide 36 metros, y su base, 10.

Los lados del triángulo son 13, 13 y 10 m; por tanto, la altura medirá $h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ m.

10.71. Halla el perímetro y el área de un hexágono regular de lado 6 cm.



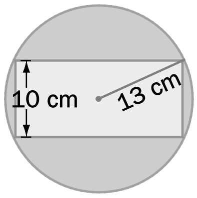
El perímetro vale 6 · 6 = 36 cm.

Por ser un hexágono regular, el triángulo de la figura es equilátero. Por tanto, se puede calcular la apotema del hexágono (que es la altura de este triángulo) mediante el teorema de Pitágoras:

$a = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} \approx 5{,}2$ cm

El área del hexágono será $S = \dfrac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \dfrac{36 \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6$ cm^2.

10.77. En una circunferencia de 13 centímetros de radio inscribimos un rectángulo de 10 centímetros de altura. Calcula el perímetro del rectángulo.



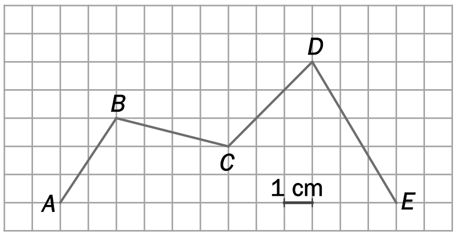
Se puede considerar un triángulo rectángulo cuya hipotenusa sea el radio de la circunferencia y cuyos catetos midan la mitad de los lados del rectángulo. Por tanto:

$\sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ cm será la mitad del otro lado.

Los lados del rectángulo miden entonces 10 y 24 cm, respectivamente.

El perímetro será: $P = (10 + 24) \cdot 2 = 68$ cm.

10.78. Halla la longitud de la poligonal de la figura.



Aplicando cuatro veces el teorema de Pitágoras:

$\overline{AB} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} = 3{,}61$ cm

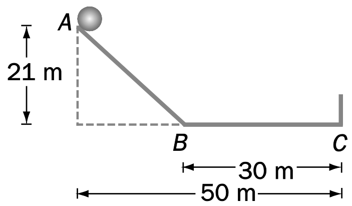
$\overline{BC} = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17} = 4{,}12$ cm

$\overline{CD} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 4{,}24$ cm

$\overline{DE} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34} = 5{,}83$ cm

Así: $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} = 17{,}8$ cm

10.79. La bola de la figura cae desde el punto *A*, pasa por *B* y llega a *C*, donde rebota para recorrer aún la mitad del trayecto que ya ha efectuado. Halla la distancia total que recorre.

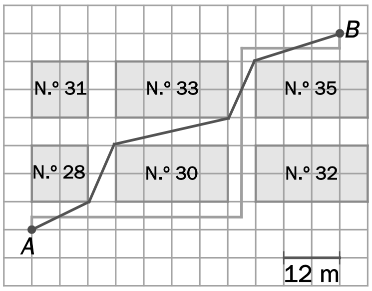


$AB = \sqrt{21^2 + 20^2} = \sqrt{441 + 400} = \sqrt{841} = 29$ m

Distancia hasta el punto *C*: *AB* + *BC* = 29 + 30 = 59 m

Distancia total = $59 + \dfrac{59}{2} = 88{,}5$ metros

10.83. Alicia vive en una urbanización, parte de la cual aparece representada en la figura, y quiere ir desde el punto *A* hasta el punto *B*.



a) Calcula la mínima distancia que tendría que recorrer si no hubiera edificios.

b) Calcula la distancia que recorre siguiendo el camino marcado en verde.

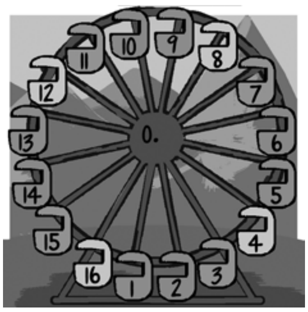
c) Calcula la distancia que recorre siguiendo el camino marcado en morado.

a) Si no hubiera edificios, recorrería la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 11 · 6 = 66 m y 7 · 6 = 42 m. Por tanto, recorrería $\sqrt{66^2+42^2} \approx 78$ m.

b) 3 + 7 · 6 + 3 + 3 + 5 · 6 + 3 + 3 + 3 · 6 + 3 = 108 m (Más fácil (11 + 7) · 6 = 108)

c) $\sqrt{12^2+6^2}+\sqrt{12^2+6^2}+\sqrt{24^2+6^2}+\sqrt{12^2+6^2}+\sqrt{18^2+6^2} = 3\sqrt{180} + \sqrt{612} + \sqrt{360} \approx 84$ m

10.84. Una noria gira con centro el punto *O*. Posee 16 cochecitos numerados del 1 al 16 según muestra la figura.



a) Halla el ángulo que debe girar para que el cochecito 1 pase a la posición del 8.

b) Si se gira un ángulo de 135º y se parte de la posición inicial, ¿dónde se situarán los cochecitos 6 y 14?

a) Para que un coche pase a la posición siguiente, la noria debe girar $\frac{360º}{16}$ = 22º 30'.

Para que el coche 1 pase a ocupar la posición del coche 8, se debe producir un giro de:

7 · 22º 30' = 157º 30'.

b) Como $\frac{135}{22,5}$ = 6, cuando se ejecuta un giro de 135º, los coches pasan a ocupar 6 posiciones adelante. Por tanto, el coche 6 pasa a ocupar la posición del 12, y el coche 14, la del 4.