Paso a paso

68. Discute, según los valores de **k,** el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned}(1-k)\,x+y+z&=0\\ x+(1-k)\,y+z&=k\\ x+y+(1-k)\,z&=k^2\end{aligned}\right\}$$

Solución:

4. Sistemas lineales con parámetros
Alba Maza Sánchez
Óscar Arias López
Paso a paso

a) Introduce la matriz **C** de los coeficientes como **C(k)**

b) Copia la matriz **C(k),** cambia la **C** por **A,** coloca el cursor en cualquier lugar de la última columna. En Matrices selecciona **Menú** y elige **Añadir columna a la derecha.**

c) Introduce la columna de los términos independientes.

d) Resuelve la ecuación

resolver(|C(k)| = 0)

e) Clasifica el sistema según los valores de **k**

Ejercicio 68

$C(k)=\begin{pmatrix}1-k&1&1\\1&1-k&1\\1&1&1-k\end{pmatrix} \to k\mapsto\begin{pmatrix}-k+1&1&1\\1&-k+1&1\\1&1&-k+1\end{pmatrix}$

$A(k)=\begin{pmatrix}1-k&1&1&0\\1&1-k&1&k\\1&1&1-k&k^2\end{pmatrix} \to k\mapsto\begin{pmatrix}-k+1&1&1&0\\1&-k+1&1&k\\1&1&-k+1&k^2\end{pmatrix}$

resolver(|C(k)| = 0) → {{k=0}, {k=3}}

Si $k \neq 0$, $k \neq 3$, R(C) = R(A) = 3 = número de incognitas

El sistema es compatible determinado.

Estudio para k = 0

$C(0) \to \begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$

rango(C(0)) → 1

$A(0) \to \begin{pmatrix}1&1&1&0\\1&1&1&0\\1&1&1&0\end{pmatrix}$

rango(A(0)) → 1

Para k = 0, R(C) = R(A) = 1 < 3 = número de incógnitas

Sistema compatible indeterminado.

Estudio para k = 3

$C(3) \to \begin{pmatrix}-2&1&1\\1&-2&1\\1&1&-2\end{pmatrix}$

rango(C(3)) → 2

$A(3) \to \begin{pmatrix}-2&1&1&0\\1&-2&1&3\\1&1&-2&9\end{pmatrix}$

rango(A(3)) → 3

Para k = 3, R(C) = 2 < R(A) = 3

Sistema incompatible.

69.

70. Resuelve el sistema cuando sea posible, según los valores de **a**, y clasifícalo.

$$\left.\begin{aligned}ax+y+z&=1\\ x+ay+z&=1\\ x+y+az&=1\\ x+y+z&=a\end{aligned}\right\}$$

Solución:

a) Como hay una ecuación más que incógnitas se calcula el determinante de la matriz ampliada.

Ejercicio 69

$C(a)=\begin{pmatrix}a&1&1\\1&a&1\\1&1&a\\1&1&1\end{pmatrix} \to a\mapsto\begin{pmatrix}a&1&1\\1&a&1\\1&1&a\\1&1&1\end{pmatrix}$

$A(a)=\begin{pmatrix}a&1&1&1\\1&a&1&1\\1&1&a&1\\1&1&1&a\end{pmatrix} \to a\mapsto\begin{pmatrix}a&1&1&1\\1&a&1&1\\1&1&a&1\\1&1&1&a\end{pmatrix}$

resolver(|A(a)| = 0) → {{a=−3}, {a=1}}

Para todo valor de $a \neq -3$, $a \neq 1$, R(C) < R(A) = 4

El sistema es incompatible.

Estudio para a = −3

$C(-3) \to \begin{pmatrix}-3&1&1\\1&-3&1\\1&1&-3\\1&1&1\end{pmatrix}$

rango(C(−3)) → 3

$A(-3) \to \begin{pmatrix}-3&1&1&1\\1&-3&1&1\\1&1&-3&1\\1&1&1&-3\end{pmatrix}$

rango(A(−3)) → 3

Para a = −3, R(C) = R(A) = 3 = número de incógnitas.

Sistema compatible determinado.

$\text{resolver}\begin{bmatrix}-3x+y+z=1\\x-3y+z=1\\x+y-3z=1\\x+y+z=-3\end{bmatrix} \to \{\{x=-1,y=-1,z=-1\}\}$

Estudio para a = 1

$C(1) \to \begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$

rango(C(1)) → 1

$A(1) \to \begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}$

rango(A(1)) → 1

Para a = 1, R(C) = 1 = R(A) < número de incógnitas = 3

Sistema compatible indeterminado.

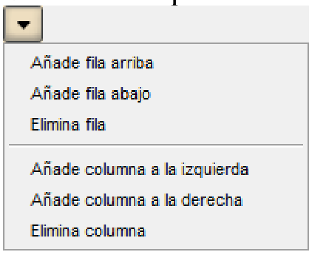
$\text{resolver}\begin{bmatrix}x+y+z=1\\x+y+z=1\\x+y+z=1\\x+y+z=1\end{bmatrix} \to \{\{x=-z-y+1,y=y,z=z\}\}$

71. Internet. Abre: www.editorial-bruno.es y elige **Matemáticas, curso** y **tema.**

Así funciona

Menú

Contiene las opciones:



Sustituir en una matriz A un parámetro k por un número

Se introduce la matriz como **A(k),** por ejemplo para sustituir en la matriz **A(k)** el valor del parámetro **k** por **2** se escribe: **A(2)**

Practica

72. Discute el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} x + 2y + z &= 1 \\ 3x + y + 4z &= 5 \\ 2x - y + 3z &= 4 \end{aligned}\right\}$$

73. Resolver el sistema:

$$\left.\begin{aligned} 2x - y + z &= -8 \\ x + 3y - 2z &= 5 \\ 2x + y + 3z &= 4 \end{aligned}\right\}$$

74. Resolver matricialmente el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} x + 2y - z &= 0 \\ 2x + 5y &= 4 \\ x + 3y + 2z &= 5 \end{aligned}\right\}$$

75. Resolver el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} x + 2y + z - 3t &= 2 \\ 2x + 5y + 3z - 8t &= 4 \\ x + 2y + 2z - 4t &= 3 \\ 3x + 6y + 5z - 11t &= 8 \end{aligned}\right\}$$

76. Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left\{\begin{aligned} ax + y + z &= 4 \\ x - ay + z &= 1 \\ x + y + z &= a + 2 \end{aligned}\right.$$

a) Resuélvelo para el valor de a que lo haga compatible indeterminado

b) Resuelve el sistema que se obtiene para a = 2

77. Resolver el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 1 \\ y + z &= 2 \\ x - z &= -1 \\ 3x - y + z &= 10 \end{aligned}\right\}$$

78. Discute, según los valores del parámetro **k,** el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} kx + y &= 1 \\ x + (k + 1)y &= 1 \\ x + ky &= 1 \end{aligned}\right\}$$

79. Clasifica el sistema siguiente según los valores del parámetro **k**

$$\left.\begin{aligned} kx + y - 2z &= 0 \\ -x - y + kz &= 1 \\ x + y + z &= k \end{aligned}\right\}$$

80. Dado el sistema homogéneo:

$$\left.\begin{aligned} x + ky - z &= 0 \\ kx - y + z &= 0 \\ (k + 1)x + y &= 0 \end{aligned}\right\}$$

averiguar para qué valores de **k** tiene soluciones distintas de x = y = z = 0. Resolverlo en tales casos.

81. Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{aligned} x - ay &= 2 \\ ax - y &= a + 1 \end{aligned}\right\}$$

Determinar para qué valor o valores de a el sistema tiene una solución en la que y = 2