

EJERCICIOS

Múltiplos y divisores

1.51. Escribe 5 múltiplos de cada uno de los números.

- | | | | |
|--------------------------|-------|-------|-------|
| a) 35 | b) 19 | c) 40 | d) 22 |
| a) 35, 70, 105, 140, 175 | | | |
| b) 19, 36, 57, 76, 95 | | | |
| c) 40, 80, 120, 160, 200 | | | |
| d) 22, 44, 66, 88, 110 | | | |

1.52. Halla todos los divisores de:

- | | | | |
|---|-------|-------|--------|
| a) 28 | c) 63 | e) 18 | g) 91 |
| b) 150 | d) 24 | f) 60 | h) 100 |
| a) 1, 2, 4, 7, 14, 28 | | | |
| b) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 75, 150 | | | |
| c) 1, 3, 7, 9, 31, 63 | | | |
| d) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 | | | |
| e) 1, 2, 3, 6, 9, 18 | | | |
| f) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 | | | |
| g) 1, 91 | | | |
| h) 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100 | | | |

1.53. Responde a las siguientes preguntas, razonando tu respuesta.

- ¿Es 45 múltiplo de 405?
 - ¿Es 32 múltiplo de 80?
 - ¿Es 18 divisor de 9?
 - ¿Es 24 divisor de 144?
- No, porque no se puede obtener multiplicando 405 por un número natural.
 - No, porque no se puede obtener multiplicando 80 por un número natural.
 - No, porque la división de 9 entre 18 no es exacta.
 - Sí, porque la división de 144 entre 24 es exacta.

1.54. Indica cuáles de los siguientes números son primos y cuáles compuestos.

a) 567

c) 397

e) 611

b) 121

d) 539

f) 241

a) 567 es divisible por 3. Por tanto, es compuesto.

b) Es compuesto porque es divisible por 11.

c) Es primo puesto que:

$$\begin{array}{r} 397 \overline{)2} \\ 198 \\ \underline{198} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 397 \overline{)3} \\ 093 \\ \underline{093} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 397 \overline{)5} \\ 477 \\ \underline{477} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 397 \overline{)7} \\ 475 \\ \underline{475} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 397 \overline{)11} \\ 673 \\ \underline{673} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 397 \overline{)13} \\ 0730 \\ \underline{0730} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 397 \overline{)17} \\ 15729 \\ \underline{15729} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 397 \overline{)19} \\ 01720 \\ \underline{01720} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 397 \overline{)23} \\ 16717 \\ \underline{16717} \\ 0 \end{array}$$

d) Es compuesto porque es divisible por 7.

$$\begin{array}{r} 539 \overline{)2} \\ 139 \\ \underline{139} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 539 \overline{)3} \\ 237 \\ \underline{237} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 539 \overline{)5} \\ 039107 \\ \underline{039107} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 539 \overline{)7} \\ 4977 \\ \underline{4977} \\ 0 \end{array}$$

e) Es compuesto porque es divisible por 13.

$$\begin{array}{r} 611 \overline{)2} \\ 011305 \\ \underline{011305} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 611 \overline{)3} \\ 011203 \\ \underline{011203} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 611 \overline{)5} \\ 11121 \\ \underline{11121} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 611 \overline{)7} \\ 5187 \\ \underline{5187} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 611 \overline{)11} \\ 06155 \\ \underline{06155} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 611 \overline{)13} \\ 9147 \\ \underline{9147} \\ 0 \end{array}$$

f) Es primo.

$$\begin{array}{r} 241 \overline{)2} \\ 04120 \\ \underline{04120} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 241 \overline{)3} \\ 0180 \\ \underline{0180} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 241 \overline{)5} \\ 4148 \\ \underline{4148} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 241 \overline{)7} \\ 3134 \\ \underline{3134} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 241 \overline{)11} \\ 2121 \\ \underline{2121} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 241 \overline{)13} \\ 11118 \\ \underline{11118} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 241 \overline{)17} \\ 7114 \\ \underline{7114} \\ 0 \end{array}$$

1.55. Encuentra todos los números primos entre 100 y 125.

101 402 103 404 405 406 107 408 109 410
 414 412 113 414 415 416 417 418 419 420
 424 422 423 424 425

Se quitarán los números pares, aquellos que al sumar las cifras dé un múltiplo de 3 porque son divisibles por 3, los múltiplos de 4, los de 5, los de 7...

Todos los números que no están tachados son los primos entre 100 y 125: 101, 103, 107, 109 y 113.

1.56. Razona si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En este caso, pon un ejemplo que lo demuestre.

- a) Los múltiplos de un número son mayores o iguales que él.
 - b) Todos los números primos son impares .
 - c) No existe ningún número compuesto que sea impar.
 - d) Si un número a es divisor de b , b es múltiplo de a .
- a) Verdadera, porque los múltiplos de un número se obtienen multiplicando este por un número natural y , por tanto, si se multiplica por 1, es igual que el número, y si se multiplica por otro, resultará otro mayor que él.
- b) Verdadera, porque cualquier número par es divisible por 2.
- c) Falsa, porque 9 es divisible por 1, 3 y 9, y, por tanto, compuesto.
- d) Verdadera, porque si a es divisor de b , $b = a \cdot c$ (c es natural). Entonces, b se obtiene multiplicando a por un número natural, c , y, en consecuencia, es un múltiplo de a .

Divisibilidad. Descomposición factorial

1.57. Sin hacer la división, estudia cuáles de los siguientes números son divisibles por 4, 6 y 9.

- a) 216
- b) 600
- c) 312
- d) 854
- e) 992
- f) 414

- a) Es divisible por 4 porque sus dos últimas cifras lo son.
Es divisible por 6 por serlo por 2 y 3.
Y por 9 porque la suma de sus cifras es múltiplo de 9.
- b) Es múltiplo de 4 y 6.
- c) Es múltiplo de 4 y 6.
- d) No es múltiplo de ninguno de los tres números.
- e) Es múltiplo de 4.
- f) Es múltiplo de 6 y 9.

1.58. Escribe un número que sea a la vez divisible por:

- a) 2 y 3
- b) 2 y 5
- c) 3 y 7

Respuesta abierta. Se puede elegir el producto de los dos números o cualquier otro múltiplo de este. Por ejemplo:

- a) 12
- b) 30
- c) 21

1.59. Los números que son divisibles por 4, ¿lo son también por 2?

¿Los divisibles por 3 son también lo son por 9?

Razona tus respuestas.

Los números divisibles por 4 también lo son por 2 porque terminan en 0 o en par.

Los divisibles por 3 no siempre lo son de 9. Por ejemplo, 6.

1.60. Halla el valor de a para que el número $243a$ sea:

- a) Divisible por 3, pero no por 5.
- b) Divisible por 2, pero no por 3.
- c) Divisible por 11.
- a) La suma de las cifras debe ser múltiplo de 3 y, a la vez, a no puede ser ni 0 ni 5. Como la suma de las cifras es $9 + a$, para que sea múltiplo de 3, a debe ser 3, 6 o 9.
- b) Para que sea divisible por 2, a debe ser 0 o un par. Y para que no sea múltiplo de 3, la suma de las cifras no debe serlo. Entonces, a debe ser 0, 2, 4 u 8.
- c) Para que sea divisible por 11, la suma de las cifras pares y de las impares debe resultar en diferencia 0 o un múltiplo de 11. En este caso resultará 0 tomando como a el valor 1.

1.61. Halla los números cuya descomposición factorial es:

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|----------------------------------|
| a) $5 \cdot 7^2$ | c) $2^2 \cdot 3^3$ | e) $2 \cdot 5 \cdot 11$ |
| b) $3^3 \cdot 5^2$ | d) $3 \cdot 11^2$ | f) $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$ |
| a) $5 \cdot 7^2 = 245$ | c) $2^2 \cdot 3^3 = 108$ | e) $2 \cdot 5 \cdot 11 = 110$ |
| b) $3^3 \cdot 5^2 = 225$ | d) $3 \cdot 11^2 = 363$ | f) $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$ |

1.62. Calcula la descomposición en factores primos de:

- | | | |
|----------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| a) 375 | c) 648 | e) 700 |
| b) 1485 | d) 726 | f) 1600 |
| a) $375 = 3 \cdot 5^3$ | c) $648 = 2^3 \cdot 3^4$ | e) $700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$ |
| b) $1485 = 3^3 \cdot 5 \cdot 11$ | d) $726 = 2 \cdot 3 \cdot 11^2$ | f) $1600 = 2^6 \cdot 5^2$ |

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo

1.63. Calcula el máximo común divisor de:

- | | | |
|---|------------------|-----------------|
| a) 45 y 63 | c) 28, 42 y 99 | e) 126, 56 y 84 |
| b) 75 y 625 | d) 60, 300 y 180 | f) 46, 33 y 115 |
| a) $m.c.d.(45, 63) = 32 = 9$ | | |
| b) $m.c.d.(75, 625) = 52 = 25$ | | |
| c) $m.c.d.(28, 42, 99) = 1$ | | |
| d) $m.c.d.(60, 300, 180) = 22 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ | | |
| e) $m.c.d.(126, 56, 84) = 2 \cdot 7 = 14$ | | |
| f) $m.c.d.(46, 33, 115) = 1$ | | |

1.64. Halla el mínimo común múltiplo de:

- | | | |
|---|--------------|--------------|
| a) 243 y 270 | c) 220 y 189 | e) 375 y 150 |
| b) 72 y 360 | d) 90 y 144 | f) 156 y 95 |
| a) $m.c.m.(243, 270) = 2 \cdot 3^5 \cdot 5 = 2430$ | | |
| b) $m.c.m.(72, 360) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$ | | |
| c) $m.c.m.(220, 189) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 31 = 9\ 147\ 600$ | | |
| d) $m.c.m.(90, 144) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$ | | |
| e) $m.c.m.(375, 150) = 2 \cdot 3 \cdot 5^3 = 750$ | | |
| f) $m.c.m.(156, 95) = 22 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 19 = 14\ 820$ | | |

- 1.94. Alicia suele ir a la biblioteca de su barrio cada 18 días y Ángel, cada 12. El pasado 8 de junio coincidieron allí. ¿Cuánto tiempo como mínimo ha de pasar para que vuelvan a coincidir otra vez? ¿Qué día será?

Volverán a coincidir cuando el número de días transcurrido coincida con el primer múltiplo común a 18 y 12.

$$\text{m.c.m.}(18, 12) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

Han de pasar como mínimo 36 días para que coincidan de nuevo.

Eso será el 14 de julio.

- 1.95. Se quieren poner en cajas 24 bombones de naranja, 30 de trufa y 36 de almendras de modo que en cada caja halla el mismo número de cada uno de ellos y que se utilice el menor número de cajas.

¿Cuántos bombones hay que poner en cada caja? ¿Cuántas cajas se necesitarán?

Para que el número de cajas sea el menor posible, es necesario poner en cada una de ellas el mayor número de bombones. Este es el m.c.d.(24, 30 y 36).

$$\text{m.c.d.}(24, 30 \text{ y } 36) = 2 \cdot 3 = 6 \text{ bombones ha de haber en cada caja.}$$

Se necesitarían: 24 : 6 = 4 cajas de bombones de naranja

30 : 6 = 5 cajas de bombones de trufa

36 : 6 = 6 cajas de bombones de almendras

- 1.96. Carlos y Laura son atletas y entrenan todos los días en la pista de un polideportivo. Carlos tarda 2,4 minutos en dar una vuelta completa a la pista y Laura 3 minutos.

Si empiezan su entrenamiento a las 7 de la tarde y toman juntos la salida, ¿a qué hora volverán a juntarse en ese mismo punto?

$$2,4 \text{ min} = 2,4 \cdot 60 = 144 \text{ segundos}$$

$$3 \text{ min} = 3 \cdot 60 = 180 \text{ segundos}$$

Se juntarán por primera vez cuando hayan pasado los segundos que coinciden con el m.c.m.(144, 180).

$$\text{m.c.m.}(144, 180) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720 \text{ s} = 12 \text{ min}$$

Se volverán a juntar después de 12 minutos, a las 7 h 12 min.

- 1.97. Juan tiene un montón de fotos de sus vacaciones. Cuando le preguntas cuántas tiene, te contesta: “Si hago montones de 11 fotos me sobran 5, y si hago montones de 23 me sobran 3”.

¿Cuál es el menor número de fotos que puede tener Juan en total?

| Nº de montones | De 11 fotos | | De 23 fotos | |
|----------------|------------------|-------------|------------------|-------------|
| | N.º fotos/montón | Total fotos | N.º fotos/montón | Total fotos |
| 1 | 11 | 16 | 23 | 26 |
| 2 | 22 | 27 | 46 | 49 |
| 3 | 33 | 38 | | |
| 4 | 44 | 49 | | |

En total puede tener 49 fotos. Si hace montones de 11 fotos, hará 4 y le sobrarán 5, y si los hace de 23, hará 2 y le sobrarán 3.