Paso a paso

144. Dada la función:

$$y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$$

a) Dibuja la función.
b) Calcula los máximos y los mínimos relativos.
c) Determina la monotonía.
d) Calcula los puntos de inflexión.
e) Halla la curvatura.

Solución:

11. Aplicaciones de las derivadas
Alba Maza Sánchez
Óscar Arias López
Paso a paso

Ejercicio 144

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1 \rightarrow x \mapsto x^3 - 6\cdot x^2 + 9\cdot x - 1$

dibujar(f(x), {color = rojo, anchura_línea = 2})

a) Máximos y mínimos relativos:

$f'(x) \rightarrow 3\cdot x^2 - 12\cdot x + 9$

resolver$(f'(x) = 0) \rightarrow \{\{x=1\},\{x=3\}\}$

A = punto(1, f(1)) $\rightarrow$ (1,3)

B = punto(3, f(3)) $\rightarrow$ (3,−1)

$f''(x) \rightarrow 6\cdot x - 12$

$f''(1) \rightarrow -6$

A(1, 3) Máximo relativo.

dibujar(A, {color = azul, tamaño_punto = 8})

$f''(3) \rightarrow 6$

B(3, −1) mínimo relativo.

dibujar(B, {color = cian, tamaño_punto = 8})

b) Monotonía:

Creciente = $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

Decreciente = $(1, 3)$

c) Puntos de inflexión:

resolver$(f''(x) = 0) \rightarrow \{\{x=2\}\}$

C = punto(2, f(2)) $\rightarrow$ (2,1)

$f'''(x) \rightarrow 6$

$f'''(2) \rightarrow 6$

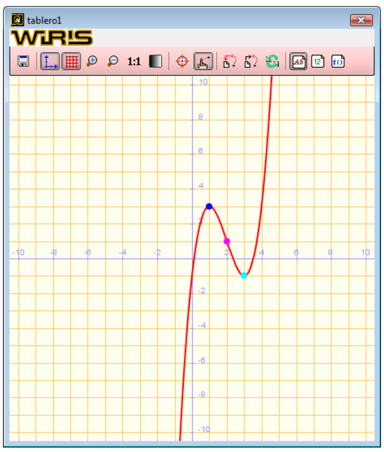
C(2, 3) Punto de inflexión.

dibujar(C, {color = magenta, tamaño_punto = 8})

d) Curvatura:

Convexa($\cup$) = $(2, +\infty)$

Cóncava($\cap$) = $(-\infty, 2)$



145. Calcula el $\lim_{x\to 0} \dfrac{2\, sen\, 2x}{sen\, x}$

Representa la función correspondiente para comprobar el resultado hallado.

Solución:

Ejercicio 145

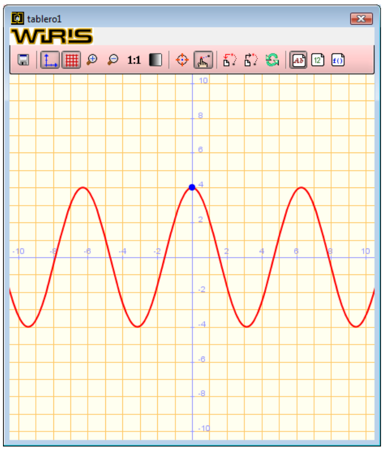
$f(x) = \dfrac{2\ \text{sen}\ (2x)}{\text{sen}\ (x)} \rightarrow x \mapsto \dfrac{2\cdot \text{sen}(2\cdot x)}{\text{sen}(x)}$

$L = \lim_{x\to 0} f(x) \rightarrow 4$

dibujar(f(x), {color = rojo, anchura_línea = 2})

A = punto(0, L) $\rightarrow$ (0,4)

dibujar(A, {color = azul, tamaño_punto = 8})



Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda de Wiris.

146. Se desea fabricar una caja abierta con base cuadrada y con un área de 300 dm^2. ¿Qué dimensiones debe tener la caja para que el volumen sea máximo?

Solución:

Problema 146

Planteamiento: $V(x, h) = x^2h$

Condiciones: $x^2 + 4xh = 300$

resolver$(\{x^2 + 4x\cdot h = 300\}, \{h\}) \rightarrow \left\{\left[h = \dfrac{-x^2+300}{4\cdot x}\right]\right\}$

$V(x) = x^2 \cdot \dfrac{-x^2+300}{4\cdot x} \rightarrow x \mapsto -\dfrac{1}{4}\cdot x^3 + 75\cdot x$

resolver$(V'(x) = 0) \rightarrow \{\{x=-10\},\{x=10\}\}$

$h(x) = \dfrac{-x^2+300}{4\cdot x} \rightarrow x \mapsto \dfrac{x^2-300}{-4\cdot x}$

$h(10) \rightarrow 5$

Dimensiones de la caja: arista de la base 10 dm y altura 5 dm

147. Internet. Abre: www.editorial-bruno.es y elige **Matemáticas, curso** y **tema.**

© Autores: José María Arias Cabezas e Ildefonso Maza Sáez. Este documento pertene al libro de la editorial Bruño: Matemáticas II

Así funciona

Problemas del 148 al 152

Se selecciona el problema **144** completo, se pega en un nuevo bloque y se hacen las modificaciones oportunas para cada curva.

Ecuación de las rectas tangente y normal

Aplicamos la ecuación punto-pendiente pasando f(a) al segundo miembro:

$$y - f(a) = f'(a)\,(x - a) \quad \Rightarrow \quad y = f'(a)\,(x - a) + f(a)$$

$$y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a) \quad \Rightarrow \quad y = -\frac{1}{f'(a)}(x - a) + f(a)$$

Cálculo de límites

Para hallar un límite en Análisis se elige una de las siguientes opciones **Límite,** **Límite derecha,** **Límite izquierda.** Los símbolos **Infinito positivo,** **Infinito negativo,** **Infinito sin signo** están en Símbolos

Practica

Dada las siguientes funciones:

a) Dibuja la función.
b) Calcula los máximos y los mínimos relativos.
c) Determina la monotonía.
d) Calcula los puntos de inflexión.
e) Halla la curvatura.

148. $y = x^3 - 3x^2 + 3$ **149.** $y = \dfrac{x}{x^2 - 1}$

150. $y = (2 - x)e^x$ **151.** $y = L(x^2 + 4)$

152. $y = \operatorname{sen} x \cos x$ en $[0, \pi)$

153. Halla los puntos sigulares de la función:

$$f(x) = x^5 + 2$$

154. Dada la funcion:

$$f(x) = 2 + (1 - x^2)e^x$$

demuestra que $f'(x) = 0$ para algún valor de $[-1, 1]$

155. Demuestra que la funcion:

$$f(x) = 5 + (x^2 - 2)\cos x$$

tiene en el intervalo $(-3, 3)$ algún punto tal que la tangente sea horizontal.

156. Dada la funcion:

$$f(x) = \frac{4}{x} + 1$$

halla todos los valores $c \in (1, 4)$ tales que:

$$f'(c) = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1}$$

Calcula los siguientes límites:

157. $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{L\,x}{L\,\operatorname{sen} x}$ **158.** $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} x\,L\,\operatorname{sen} x$

159. $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} x^{\frac{1}{x}}$ **160.** $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\operatorname{sen} x} - \frac{1}{x}\right)$

161. Calcula las rectas tangente y normal de la función:

$$f(x) = x^3 + x$$

en A(1, 2)

162. Halla el máximo y el mínimo absolutos de la función:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$$

en el intervalo [1, 2]

163. Demuestra que la ecuación:

$$2^x + x - 2 = 0$$

tiene una única solución real en el intervalo [0, 1]

164. Calcula el valor de los coeficientes **a, b** y **c** para que la función:

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

corte al eje X en el punto A(1, 0) y tenga un punto de inflexión en el punto B(3, 2)

165. Calcula las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro mida 64 m y su área sea máxima.

© Autores: José María Arias Cabezas e Ildefonso Maza Sáez. Este documento pertene al libro de la editorial Bruño: Matemáticas II