

MATEMATICAS. 4ºESO-B. TEMA 5: Problemas de Sistemas

- 1.-** Juan compró un ordenador y un televisor por 2.000 € y los vendió por 2.260 €. ¿Cuánto le costó cada objeto, sabiendo que en la venta del ordenador ganó el 10% y en la venta del televisor ganó el 15%?
- 2.-** ¿Cuál es el área de un rectángulo sabiendo que su perímetro mide 16 cm y que su base es el triple de su altura?
- 3.-** Una granja tiene pavos y cerdos, en total hay 58 cabezas y 168 patas. ¿Cuántos cerdos y pavos hay?
- 4.-** Antonio dice a Pedro: "el dinero que tengo es el doble del que tienes tú", y Pedro contesta: "si tú me das seis euros tendremos los dos igual cantidad". ¿Cuánto dinero tenía cada uno?
- 5.-** En una empresa trabajan 60 personas. Usan gafas el 16% de los hombres y el 20% de las mujeres. Si el número total de personas que usan gafas es 11. ¿Cuántos hombres y mujeres hay en la empresa?
- 6.-** La cifra de las decenas de un número de dos cifras es el doble de la cifra de las unidades, y si a dicho número le restamos 27 se obtiene el número que resulta al invertir el orden de sus cifras. ¿Cuál es ese número?
- 7.-** Por la compra de dos electrodomésticos hemos pagado 3.500 €. Si en el primero nos hubieran hecho un descuento del 10% y en el segundo un descuento del 8% hubiéramos pagado 3.170 €. ¿Cuál es el precio de cada artículo?
- 8.-** Encuentra un número de dos cifras sabiendo que su cifra de la decena suma 5 con la cifra de su unidad y que si se invierte el orden de sus cifras se obtiene un número que es igual al primero menos 27.
- 9.-** El producto de dos números es 4, y la suma de sus cuadrados 17. ¿Qué números son?
- 10.-** Halla una fracción equivalente a $\frac{5}{7}$ cuyos términos elevados al cuadrado sumen 1.184
- 11.-** Un campo de fútbol tiene forma rectangular. El perímetro mide 300 m, y el largo es el doble del ancho. ¿Cuánto mide cada lado?
- 12.-** Meli compra 3 DVD y 4 CD, y paga 100 €; y Ana compra 4 DVD y 3 CD en la misma tienda, y paga 110 €. ¿Cuánto cuesta cada DVD y CD?
- 13.-** La suma de las edades de un padre y su hija es de 70 años. Dentro de 10 años la edad del padre será el doble de la edad de su hija. ¿Qué edad tiene ahora cada uno?
- 14.-** La suma de dos números es 15, y la diferencia de sus cuadrados 15. ¿Qué números son?
- 15.-** Los catetos de un triángulo rectángulo son proporcionales a 3 y 4, y la hipotenusa mide 25 m. Calcula cuánto mide cada cateto.
- 16.-** Halla dos números sabiendo que su producto es 6 y la suma de sus cuadrados es 13.
- 17.-** Juan ha leído ya la quinta parte de un libro. Cuando lea 90 páginas más, todavía le quedará la mitad del libro. ¿Cuántas páginas tiene el libro? ¿Cuántas páginas lleva leídas?
- 18.-** Paloma vendió los dos quintos de una colección de cómics que tenía y luego compró 100 más. Tras esto tenía el mismo número que si hubiese comprado desde el principio 40 cómics. ¿Cuántos cómics tenía Paloma al principio?
- 19.-** Un campo está plantado con un total de 250 árboles, entre olivos y almendros. Si el doble de almendros son 10 menos que el total de los olivos, ¿cuántos almendros habrá? ¿Y cuántos olivos?
- 20.-** Vallar una finca rectangular de 750 m^2 precisa 110 m de cerca. ¿Qué dimensiones tiene?

SOLUCIONES

Ejercicio n° 1.

$x \rightarrow$ precio del ordenador.

$y \rightarrow$ precio del televisor.

$$x + \frac{10x}{100} \rightarrow \text{precio de venta del ordenador.} \quad y + \frac{15y}{100} \rightarrow \text{precio de venta del televisor.}$$

$$\begin{cases} x + y = 2000 \\ x + \frac{10x}{100} + y + \frac{15y}{100} = 2260 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x + y = 2000 \\ 110x + 115y = 226000 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-110)} \begin{cases} -110x - 110y = -220000 \\ 110x + 115y = 226000 \end{cases}$$

$$5y = 6000$$

$y = 1200$ $x = 800$ $800 \text{ €} \rightarrow$ precio del ordenador. $1200 \text{ €} \rightarrow$ precio del televisor.

Ejercicio n° 2.

$x \rightarrow$ base del rectángulo.

$y \rightarrow$ altura del rectángulo. $2x + 2y \rightarrow$ perímetro.

$$\begin{cases} x = 3y \\ 2x + 2y = 16 \end{cases} \quad 2 \cdot (3y) + 2y = 16 \quad 6y + 2y = 16 \quad y = 2 \quad x = 6$$

$6 \text{ cm} \rightarrow$ base del rectángulo. $2 \text{ cm} \rightarrow$ altura del rectángulo.

Ejercicio n° 3.-

$x \rightarrow$ número de pavos.

$y \rightarrow$ número de cerdos.

$$\begin{cases} x + y = 58 \\ 2x + 4y = 168 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 58 \\ 2x + 4y = 168 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x - 2y = -116 \\ 2x + 4y = 168 \end{cases}$$

$$2y = 52$$

$$y = 26$$

$x + 26 = 58$ $x = 32$ $32 \rightarrow$ número de pavos. $26 \rightarrow$ número de cerdos.

Ejercicio n° 4.-

$x \rightarrow$ dinero de Antonio.

$y \rightarrow$ dinero de Pedro.

$$\begin{cases} x = 2y \\ y + 6 = x - 6 \end{cases} \quad y + 6 = 2y - 6 \quad 6 + 6 = 2y - y \quad 12 = y$$

$x = 2 \cdot 12$ $x = 24$ $24 \rightarrow$ dinero de Antonio. $12 \rightarrow$ dinero de Pedro.

Ejercicio n° 5.-

$x \rightarrow$ número de hombres.

$y \rightarrow$ número de mujeres.

$$\frac{16x}{100} \rightarrow \text{hombres con gafas.} \quad \frac{20y}{100} \rightarrow \text{mujeres con gafas.} \quad \begin{cases} x + y = 60 \\ 16x + 20y = 1100 \end{cases}$$

$$x = 60 - y ; 16(60 - y) + 20y = 1100 \quad 960 - 16y - 20y = 1100$$

$4y = 140$ $y = 35$; $x + 35 = 60$ $y = 25$; $35 \rightarrow$ n° de hombres; $25 \rightarrow$ n° de mujeres.

Ejercicio n° 6.-

x → cifra de las unidades

y → cifra de las decenas

10x + y → número

10y + x → número invertido

y = 2x (10y + x) - 27 = 10x + y

10 · 2x + x - 27 = 10x + 2x

20x + x - 12x = 27

x = 3 y = 6

Número → 63

Ejercicio n° 7.-

x → precio del 1°.

y → precio del 2°.

$x - \frac{10x}{100}$ → descuento en el 1°.

$y - \frac{8y}{100}$ → descuento en el 2°.

$$\begin{cases} x + y = 3500 \\ x - \frac{10x}{100} + y - \frac{8y}{100} = 3170 \end{cases} \xrightarrow{\times(100)} \begin{cases} x + y = 3500 \\ 90x + 92y = 317000 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\text{resta}} \begin{cases} -90x - 90y = -315000 \\ 90x + 92y = 317000 \end{cases} \\ & \underline{\hspace{10em}} \\ & 2y = 2000 \end{aligned}$$

x + 1000 = 3500

x = 2500

2500 € → precio del 1°.

1000 € → precio del 2°.

Ejercicio n° 8.-

x → cifra de las unidades

y → cifra de las decenas

10x + y → número

10y + x → número invertido

$$\begin{cases} y - 5 - x \\ 10x + y = 10y + x - 27 \end{cases} \quad \begin{cases} 9x - 9y = -27 \\ 9x - 9(5 - x) = -27 \end{cases} \quad \begin{cases} 9x - 45 + 9x = -27 \\ 18x = 18 \end{cases}$$

$$x = 1 \quad y = 5 - 1 \quad y = 4 \quad \text{Número} \rightarrow 41$$

Ejercicio n° 9.-

$\left. \begin{matrix} x \cdot y = 4 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{matrix} \right\} x = \frac{4}{y}$

$y^4 - 17y^2 + 16 = 0 \quad y^2 = \frac{17 \pm 15}{2}$

Solución: $\left. \begin{matrix} x = 1; y = 4 \\ x = -1; y = -4 \end{matrix} \right\}$

Ejercicio n° 10.-

$\left. \begin{matrix} \frac{x}{y} = \frac{5}{7} \\ x^2 + y^2 = 1184 \end{matrix} \right\} x = \frac{5y}{7}$

25y² + 49y² = 58016

y = ±28; x = ±20

Solución: $\frac{20}{28}$

Ejercicio n° 11.-

2x + 2y = 300
y = 2x

x + y = 150
y = 2x

Se resuelve por sustitución.

x = 50 m, y = 100 m

Ejercicio n° 12.-

3x + 4y = 100
4x + 3y = 110

La solución es: un DVD cuesta 20 € un CD cuesta 10 €

Ejercicio n° 13.-

	Padre	Hija
Edad hoy	x	y
Edad dentro de 10 años	x + 10	y + 10

$$x + y = 70$$

$$x + 10 = 2(y + 10)$$

Solución: Edad del padre: x = 50 años. Edad de la hija: y = 20 años.

Ejercicio n° 14.-

$$x + y = 15$$

$$x^2 - y^2 = 15$$

Despejando y de la primera y sustituyendo en la segunda:

Solución: x = 8, y = 7

Ejercicio n° 15.-

$$x - y = 3$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

Despejando y de la 1ª ecuación y sustituyendo en la segunda. $x_1 = 15, y_1 = 20; x_2 = -15, y_2 = -20$

Las soluciones negativas no tienen sentido.

Solución: Los catetos miden 15 m y 20 m

Ejercicio n° 16.-

$$xy = 6$$

$$x^2 + y^2 = 13$$

Despejando y de la 1ª ecuación: aparece una ecuación bicuadrada.

Las soluciones son: $x_1 = 2, y_1 = 3 \quad x_2 = -2, y_2 = -3 \quad x_3 = 3, y_3 = 2 \quad x_4 = -3, y_4 = -2$

Solución: Los números pueden ser 2 y 3, y también -2 y -3

Ejercicio n° 17.-

$\frac{1}{5}$	90	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}x + 90 + \frac{1}{2}x = x$
---------------	----	---------------	--

Solución: Total páginas=300. Lleva 60 leídas

Total = x páginas

Ejercicio n° 18.-

$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	100	$\frac{3}{5}x + 100 = x + 40$
---------------	---------------	-----	-------------------------------

Solución: Tenía x = 150 comics

Inicio = x comics Compra 100

Ejercicio n° 19.-

x → número de olivos

$$2y = x - 10$$

y → número de almendros

$$x + y = 250$$

Solución: x = 170; y = 80

Ejercicio n° 20.-

x → largo

$$xy = 750$$

y → ancho

$$2x + 2y = 110$$

Solución: La finca es de dimensiones 25 x 30 metros